

<div> نام خانوادگی : نام پدر : شماره دانش آموزی : تعداد صفحه: ۳ </div> <div> باسمه تعالی </div> <div> زمان امتحان : ۸۰ دقیقه </div> <div> نوبت امتحان : اول </div> <div> سال تحصیلی: ۱۴۰۰-۰۱ </div> <div> تعداد سوال: ۱۲ </div> <div> تاریخ برگزاری </div>				
<div> نام و نام خانوادگی دبیر: نام و نام خانوادگی دبیر: </div> <div> نمره با عدد: نمره با حروف: </div> <div> نمره با عدد: نمره با حروف: </div> <div> نام و نام خانوادگی دبیر: نام و نام خانوادگی دبیر: </div> <div> نمره با عدد: نمره با حروف: </div> <div> نام و نام خانوادگی دبیر: نام و نام خانوادگی دبیر: </div> <div> نمره با عدد: نمره با حروف: </div>				
ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید			
۱	<p>نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.</p> <p>(آ) $\sqrt{10} < 10$ (ب) $\frac{15}{3} \leq 3$ (ت) $2^2 + 2^3 = 2^5$ (پ) $3 \in \{1, 2, 5\}$</p>			
۲	اگر $p \wedge q \equiv T$ باشد درباره‌ی ارزش $p \vee (q \wedge r)$ چه می‌توان گفت؟			
۳	اگر p و q دو گزاره‌ی دلخواه باشد، کدام یک از گزاره‌ها همیشه درست است؟			
۴	<p>کدام یک از جمله‌های زیر گزاره‌ی مرکب است؟ ارزش گزاره‌های مرکب را تعیین کنید.</p> <p>(آ) $(3^3 = 81) \vee (11 > 3 + 1)$ (ب) $(-4 < -5) \wedge (4 > 5)$ (پ) مجموع زوایای داخلی هر مثلث، 180° است.</p>			
۵	<p>جدول ارزش گزاره‌های زیر را تشکیل داده و نشان دهید گزاره‌های زیر همواره نادرست هستند.</p> <p>(آ) $\sim p \wedge (p \wedge q) \equiv F$ (ب) $p \wedge \sim(p \vee q) \equiv F$</p>			
۶	<p>گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.</p> <p>الف) دو برابر جذر عددی برابر خودش است.</p> <p>ب) مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه‌ی پنج است.</p> <p>پ) مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.</p> <p>ت) مجموع مکعبات دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.</p> <p>ث) هر عدد ناصفری از معکوس خود بزرگ‌تر یا مساوی با آن است.</p>			

در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.
الف) اگر طول و عرض یک مستطیل را دو برابر کنیم، آنگاه مساحت آن نیز دو برابر می‌شود.

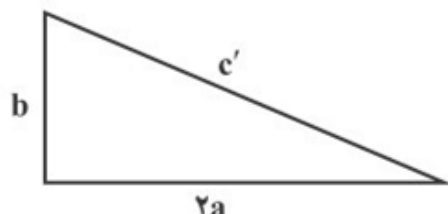
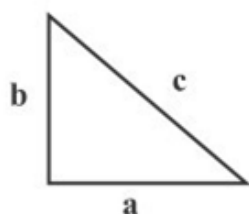
x : طول

y : عرض

مساحت $S = xy$

$2(xy) = 2xy = 2S \rightarrow$ مساحت دو برابر شده است.

ب) در یک مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائمه a و b و وتر c همانند شکل زیر اگر ضلع a را دو برابر کنیم، آنگاه وتر آن نیز دو برابر می‌شود.



استدلال: می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ی روبه‌رو قضیه‌ی فیثاغورث به‌صورت زیر برقرار است:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

اکنون این رابطه را برای مثلث قائم‌الزاویه‌ی جدید نیز می‌نویسیم:

$$c'^2 = (2a)^2 + b^2 = 4a^2 + b^2 = 4(a^2 + b^2) = 4c^2 \xrightarrow{\text{جذر}} c' = 2c$$

پس وتر دو برابر شده است.

ب) تساوی $2\sqrt{11} = \sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{6}}$ برقرار است.

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{6}} &= \sqrt{\frac{12 \times \cancel{3} + 4 \times 16}{2 \times \cancel{3}}} = \sqrt{\frac{12 + \cancel{3} \times 16}{\cancel{3}}} \\ &= \sqrt{12 + 32} = \sqrt{44} = \sqrt{4 \times 11} = 2\sqrt{11} \end{aligned}$$

۱.۵

۷

۱.۵

۸

کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟ چرا؟
الف) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد، آن تابع همانی است.
ب) اگر دامنه‌ی یک تابع همانی مجموعه‌ی اعداد حقیقی باشد، آنگاه حاصل $f(x) + f(-x)$ همواره برابر صفر است.
ج) اگر f یک تابع ثابت باشد، آنگاه $f(kx) = kf(x)$.

۱	<p>کدام یک از نمایش‌های پیکانی زیر یک تابع ثابت را معرفی می‌کند؟</p>	۹
۲	<p>در هریک از زوج‌مرتب‌های زیر $n \in \mathbb{N}$ را به گونه‌ای تعیین کنید که زوج‌مرتب داده شده روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم باشد.</p> <p> $(2, n^2 - 3n + 4)$ $(-1, n^2 - 4n + 2)$ </p>	۱۰
۱.۵	<p>تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2} + x & x \geq 1 \\ \sqrt{2} - x & x < 1 \end{cases}$ تعریف شده است. برابری‌های زیر را کامل کنید.</p> <p> $f(\sqrt{2} - 1) = \dots$ ، $f(3 - \sqrt{2}) = \dots$ ، $f(-\sqrt{2}) = \dots$ </p>	۱۱
۲	<p>در معادله $x^2 + \text{sign}(-5) = 0$ مقدار x را حساب کنید.</p>	۱۲

$$p: (\sqrt{10} < 10) \Rightarrow \sim p: \sim(\sqrt{10} < 10) \equiv (\sqrt{10} \not< 10) \equiv (\sqrt{10} \geq 10) \quad (1 \text{ آ})$$

$$p: \left(\frac{15}{3} \leq 3\right) \Rightarrow \sim p: \sim\left(\frac{15}{3} \leq 3\right) \equiv \left(\frac{15}{3} \not\leq 3\right) \equiv \left(\frac{15}{3} > 3\right) \quad (ب)$$

$$p: (3 \in \{1, 2, 5\}) \Rightarrow \sim p: \sim(3 \in \{1, 2, 3\}) \equiv (3 \notin \{1, 2, 5\}) \quad (پ)$$

$$p: (2^2 + 2^3 = 2^5) \Rightarrow \sim p: \sim(2^2 + 2^3 = 2^5) \equiv (2^2 + 2^3 \neq 2^5) \quad (ت)$$

یا می‌توانیم آنرا به صورت $(2^2 + 2^3 > 2^5) \vee (2^2 + 2^3 < 2^5)$ بنویسیم.

چون $p \wedge q \equiv T$ پس $p \equiv T$ و $q \equiv T$ بنابراین:

$$p \vee (q \wedge r) \equiv T \vee (T \wedge r) \equiv T$$

هرچه
که باشد

الف صحیح است. هر گزاره‌ای خودش را نتیجه می‌دهد. $(p \Rightarrow p) \equiv T$ ۳

پ صحیح است. اگر مقدم نادرست باشد گزاره شرطی درست است. $p \wedge \sim p \equiv F$

آ) چون از دو گزاره تشکیل شده است، پس این جمله گزاره‌ی مرکب است. این جمله‌ی مرکب به صورت ترکیب فصلی است که برای درست بودن باید حداقل یکی از دو گزاره درست باشد و به دلیل آن که $4 > 11$ است، ارزش این گزاره‌ی مرکب درست است. ۴

ب) چون از دو گزاره تشکیل شده است، پس این جمله گزاره‌ی مرکب است. این گزاره‌ی مرکب به صورت ترکیب عطفی است که چون ارزش هر دو گزاره نادرست است، پس ارزش این گزاره‌ی مرکب نیز نادرست است.
پ) چون دارای یک گزاره می‌باشد، بنابراین گزاره‌ی مرکب نیست.

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge (p \wedge q)$
د	د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن

$$\sim p \wedge (p \wedge q) \equiv F$$

در نتیجه:

پس ارزش منطقی $\sim p \wedge (p \wedge q)$ همواره نادرست است.
(ب)

p	q	$p \vee q$	$\sim[p \vee q]$	$p \wedge \sim[p \vee q]$
د	د	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	ن

$$p \wedge \sim(p \vee q) \equiv F$$

در نتیجه:

پس ارزش منطقی $p \wedge \sim(p \vee q)$ همواره نادرست است.

الف) $\sqrt{x} = x$

ب) $k^3 > vk + 5$

پ) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq a + b$

ت) $\alpha^3 + \beta^3 \geq (\alpha + \beta)^3$

ث) $x \geq \frac{1}{x}; x \neq 0$

الف) استدلال نادرست است. مسئله اشاره به دو برابر کردن اضلاع داشته است. در این جا مساحت را دو برابر کرده است. می توان با مثال نیز نادرستی استدلال را نشان داد.

$$a = 3 \Rightarrow x = 3 \times 2 = 6$$

$$b = 5 \Rightarrow y = 5 \times 2 = 10$$

$$a \times b = 3 \times 5 = 15 \quad \text{مساحت مستطیل اولیه}$$

$$x \times y = 6 \times 10 = 60 \quad \text{مساحت مستطیل ثانویه}$$

مشاهده می کنیم که مساحت چهار برابر شده است نه دو برابر

ب) استدلال در مرحله ی $4a^2 + b^2 = 4(a^2 + b^2)$ باطل می شود. به این مثال توجه کنید.

$$a = 3, b = 5$$

$$4a^2 + b^2 = 4(3)^2 + (5)^2 = 36 + 25 = 61$$

$$4(a^2 + b^2) = 4(3^2 + 5^2) = 4(9 + 25) = 4 \times 34 = 136$$

پ) استدلال در اولین قدم، (ساده کردن ۳ از صورت و مخرج) باطل می شود. ابتدا باید حاصل صورت را به دست آوریم و سپس در صورت امکان ساده کنیم.

$$\sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{6}} = \sqrt{\frac{36 + 64}{6}} = \sqrt{\frac{100}{6}} = \frac{10}{\sqrt{6}} = \frac{10}{6} \sqrt{6} = \frac{5}{3} \sqrt{6}$$

$$f = \{(1, 3), (3, 1)\} \quad \begin{array}{l} \text{دامنه } D = \{1, 3\} \\ \text{برد } R = \{1, 3\} \end{array}$$

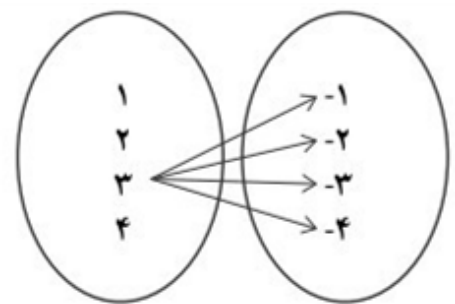
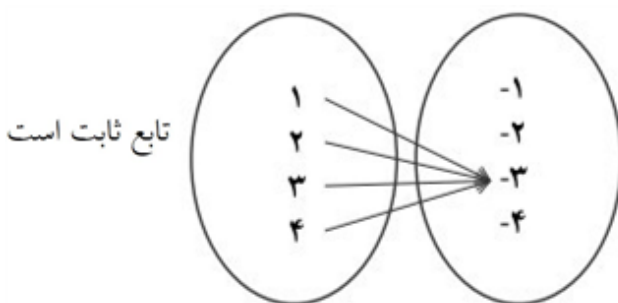
الف) خیر، f تابع همانی نیست.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x \\ f(x) = -x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع کنیم}} f(x) + f(x) = x + (-x) = 0$$

ب) درست است.

$$f(x) = c \Rightarrow f(kx) = c \quad \text{اگر } f(x) \text{ ثابت باشد}$$

ج) نادرست است.



$$y = x \Rightarrow \text{چون نیمساز اول و سوم مولفه های اول و دوم برابرند.}$$

$$\text{الف) } (2, n^2 - 3n + 4) \Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n-2)(n-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n-2 = 0 \Rightarrow n = 2 \\ n-1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$$\text{ب) } (-1, n^2 - 4n + 2) \Rightarrow n^2 - 4n + 2 = -1 \Rightarrow n^2 - 4n + 3 = 0 \Rightarrow (n-3)(n-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n-3 = 0 \Rightarrow n = 3 \\ n-1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(\sqrt{2} - 1) &= \sqrt{2} + (\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2} - 1, f(3 - \sqrt{2}) \\ &= \sqrt{2} + (3 - \sqrt{2}) = 3, f(-\sqrt{2}) = \sqrt{2} - (-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{sign}(-5) = -1$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$